

ELF - Comment calculer le champ électrique induit dans le corps humain et avec quelle incertitude ?



Noël BURAIIS, Riccardo SCORRETTI

Laboratoire AMPERE



- Sommaire :
 - Contexte Directive 2013.
 - Phénomènes induits par les champs BF et VLE.
 - Calcul / dosimétrie des VLE.
 - Influences de paramètres sur la précision des calculs.

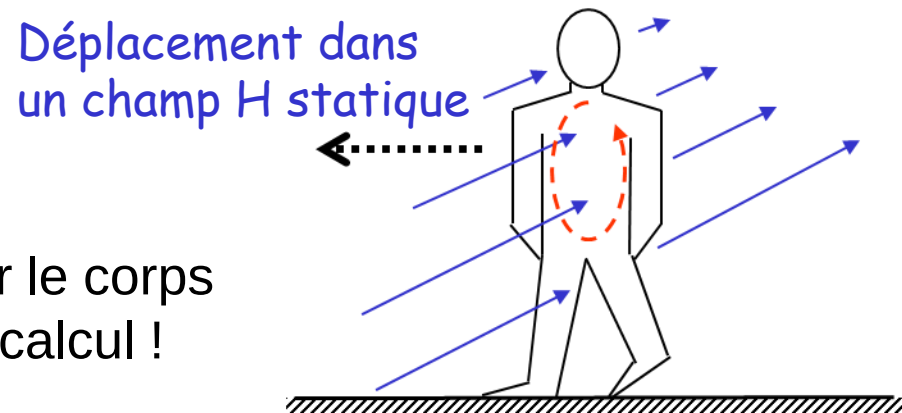
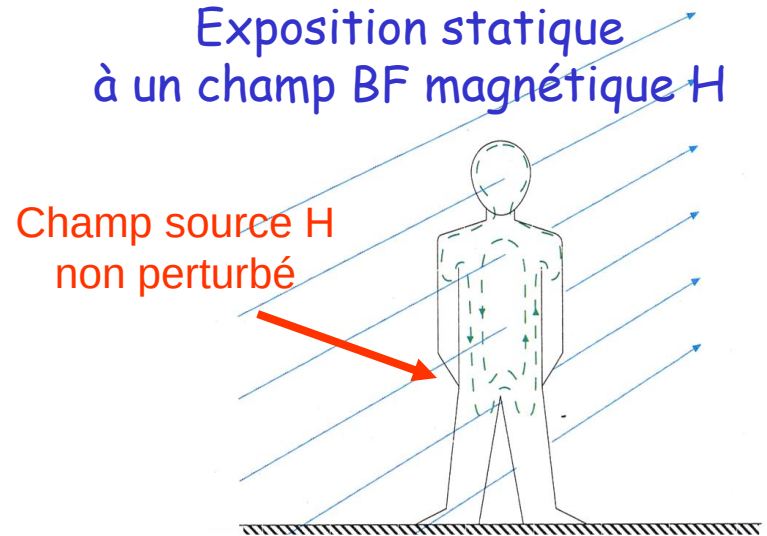
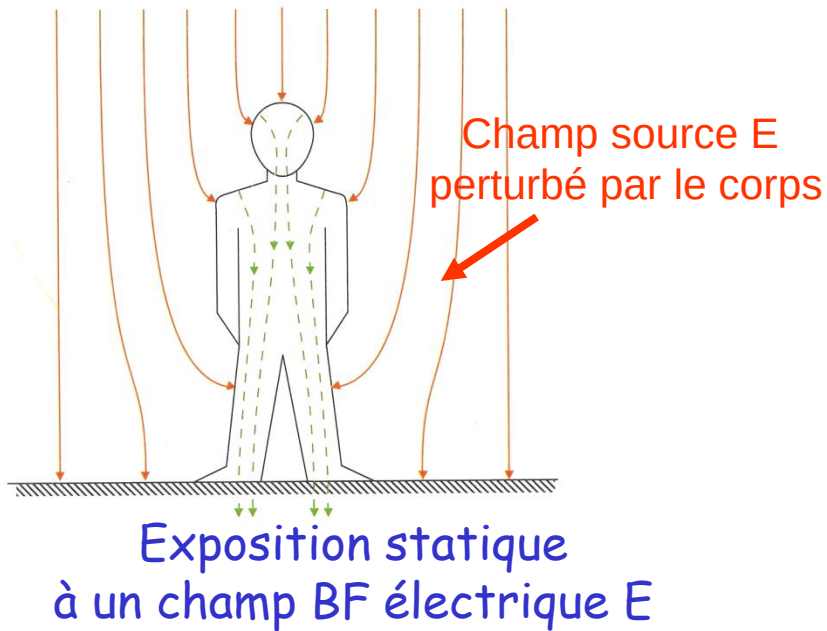


Contexte Directive 2013

- Pas de conclusions sur les effets à long terme des champs.
- Consensus scientifique sur les effets à court terme.
- Réglementation en Basses Fréquences (BF):
 - Définition de valeurs limites.
 - « Valeurs Déclenchant l'Action » (**VDA** ou **VA**) :
 - Grandeurs **mesurables** : Champ magnétique **H**, Champ électrique **E**.
 - « Valeurs Limites d'Exposition » (**VLE**) :
 - Grandeur **non mesurable** : **Champ électrique interne E_i**
 - Utilisation si VA dépassées (*forts Courant I et/ou Tension V, et/ou faible distance Source/Corps*)
 - Remplace la notion de courant induit J (dir. 2004) : $J = \sigma \cdot E_i$
- Electromagnétisme BF → Séparation des effets de champs E et H.

VLE : phénomènes induits par les champs BF

- Champ électrique interne E_i ou densité de courants induits J .



Modification ou non du champ source par le corps
→ Impact sur la méthode et le coût de calcul !

VLE : chiffres (1 Hz - 10 MHz)

- **Effets sur la santé** : stimulation électrique des tissus nerveux et musculaires (*tête et corps*) :

f	E_i (V/m crête) – f en Hz
$1 \text{ Hz} \leq f < 3 \text{ kHz}$	1.1
$3 \text{ kHz} \leq f < 10 \text{ MHz}$	$3.8 \times 10^{-4} \times f$

- **Effets sensoriels** : trouble passager des fonctions sensorielles, et changements mineurs des fonctions cérébrales, et phosphènes rétinien (tête seule):

f (Hz)	E_i (V/m crête) – f en Hz
$1 \leq f < 10$	$0.7 / f$
$10 \leq f < 25$	0.07
$25 \leq f < 400$	$0.0028 \times f$

f	50 Hz
J (2004)	10 mA/m ²
E_i haute (2013)	1.1 V/m
E_i basse (2013)	0.14 V/m

Dosimétrie des VLE

- **Calcul approximatif :**

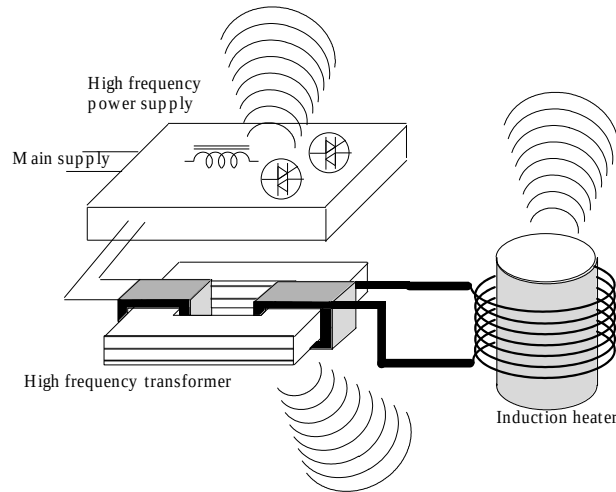
- Relations $E_i(E)$ et $E_i(H)$ analytiques ou issues d'expérimentations :
 - Champs uniformes, géométrie triviale et homogène du corps, propriétés moyennes de tissus ($\sigma = 0.2 \text{ S/m}$, $\epsilon_r = 10^5$)
 - Champ H : $E_i = \mu_0 \cdot \pi \cdot r \cdot f \cdot H$ Champ E : $E_i = k \cdot f \cdot E$
 - Utilisation dans la réglementation pour estimer les VA à partir de VLE.

- **Dosimétrie numérique précise (3D):**

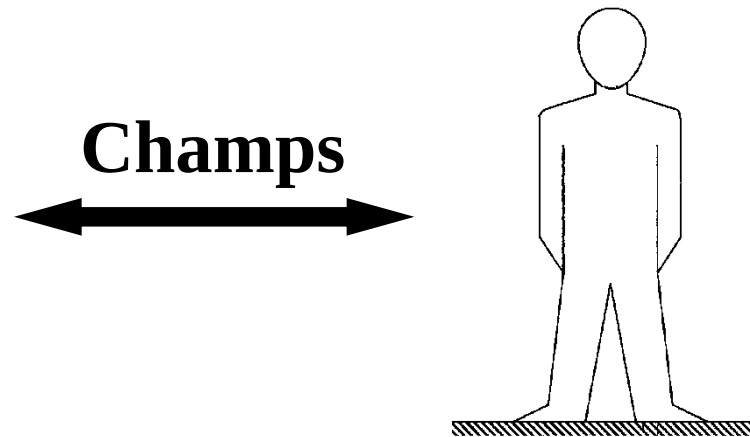
- Champs non uniformes, géométrie réelle du corps.
- Résolution numérique des Equations de Maxwell : EF, FDTD,..
- Formulations mathématiques spécifiques.
- « Fantômes » du corps humain et discrétisation (maillage).
- Propriétés macroscopiques des tissus/organes (σ , ϵ_r)
- Calcul des VLE (valeurs moy., max., 99 %,..)

Dosimétrie numérique des interactions entre 2 « systèmes » très différents

Source rayonnante



Corps humain



Matériaux conducteurs ou isolants :
 $\sigma \geq 10^5 \text{ S/m}$ $\mu_r = 1, \dots, 50000$ $\epsilon_r < 10$

« Matériaux » à forte teneur en eau
 $\sigma < 2 \text{ S/m}$ $\mu_r = 1$ $\epsilon_r > 10^6$ en BF

- Nature exposition (E,H, ou E/H) + Propriétés (σ , μ , ϵ) des 2 systèmes + Formulation mathématique (ϕ -A, T-B, A-V, T- Ω) + domaine(s) de simulation associé(s) → Compromis précision /coût de calcul.

Exemple de la formulation ϕ - A pour une exposition en champ H

- BF : approximations classiques :
 - Courant déplacement nuls: $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$
 - Réaction d'induit négligeable (*faible σ des tissus !*)
- Champ source H non perturbé par le corps :
 - Calcul séparé de H sans corps humain.
 - Calcul du champ induit E_i sur le corps seul.

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$



J.C. Maxwell



$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} = -j\omega \vec{\nabla} \times \vec{A} \Rightarrow \underline{\vec{E}} = -j\omega \vec{A} - \vec{\nabla} \phi$$

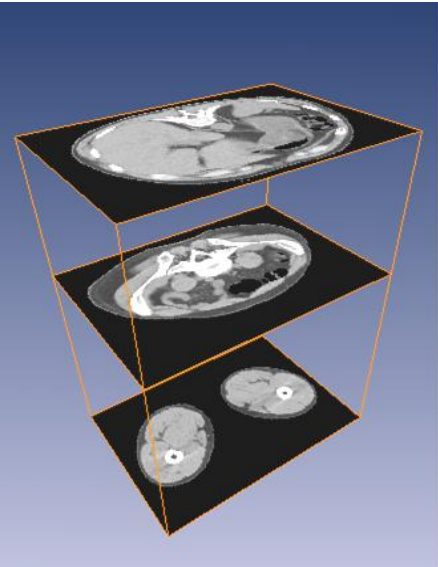
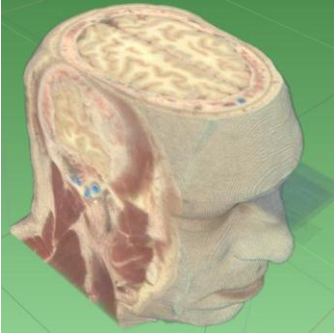
↑ **terme source**
↑ **inconnue**

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \cdot (\sigma \vec{\nabla} \phi) = -j\omega \vec{\nabla} \cdot (\sigma \vec{A})} \quad \vec{J} = \sigma \vec{E} = -\sigma (j\omega \vec{A} + \vec{\nabla} \phi)$$

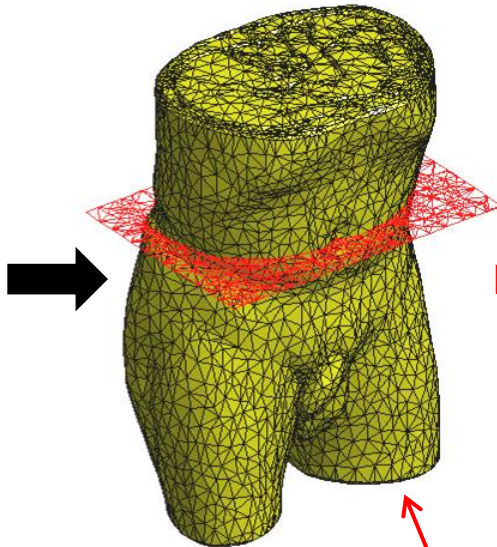
Conditions aux limites :
le courant induit ne sort pas du corps

$$\vec{J} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial n} = -j\omega \vec{A} \cdot \vec{n}$$

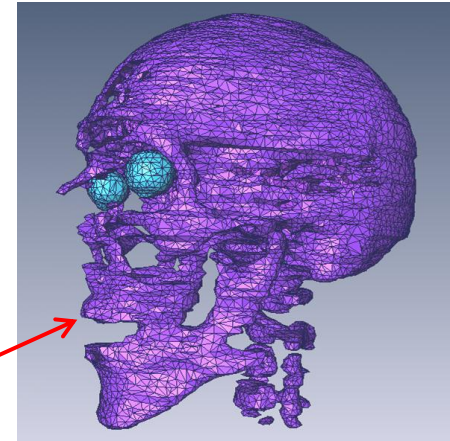
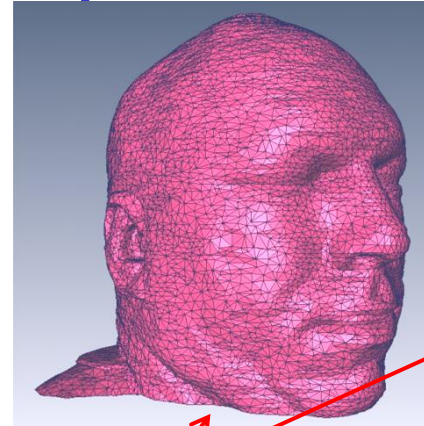
Exemple de modèles numériques du corps humain



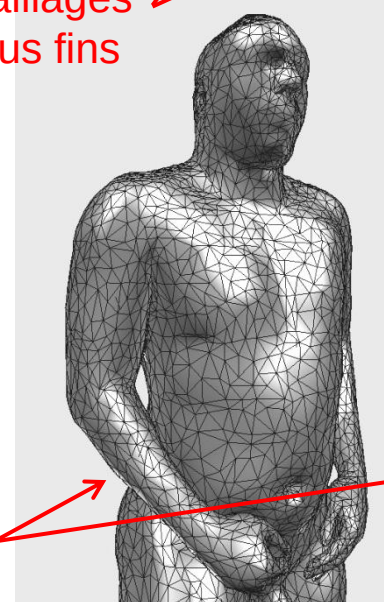
Coupes Scanner
ou
Coupes réelles* !



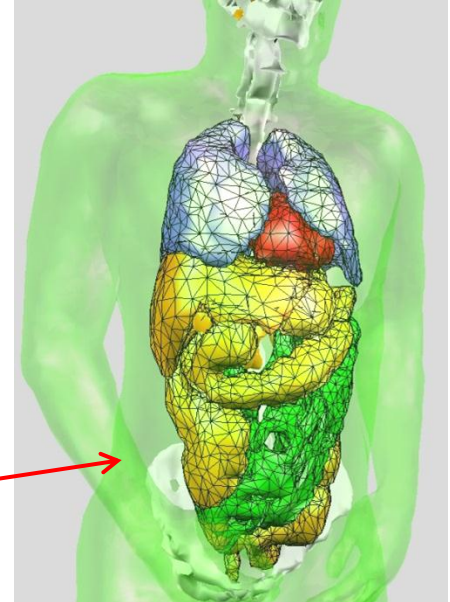
Maillage
Éléments Finis



Maillages
plus fins



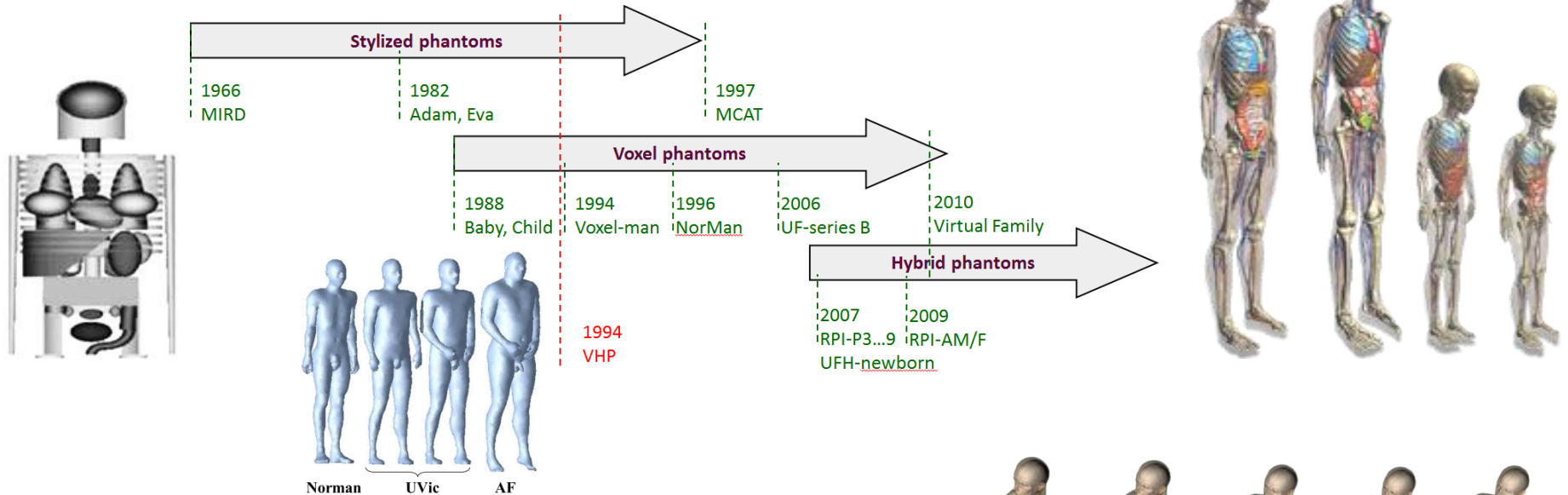
Maillages
grossiers



(*) Visible Human Project

Fantômes numériques du corps

- Vers une représentation toujours plus précise



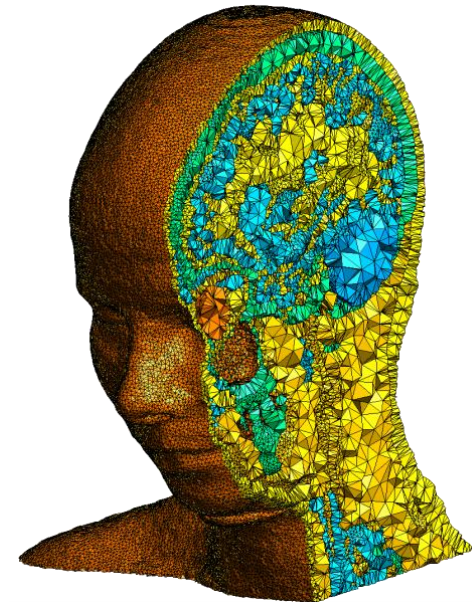
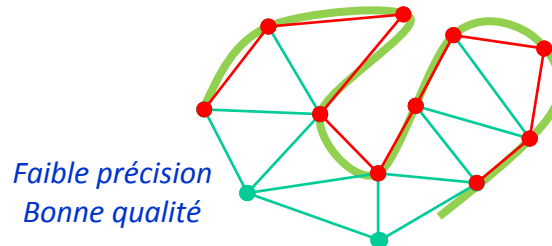
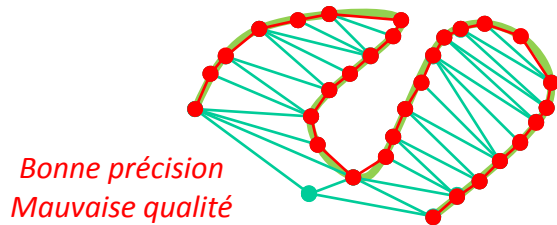
- et plus réaliste :
 - Mouvements physiologiques,
 - Différentes postures,
 - Adaptation à une classe d'individus.

- Augmentation des coûts de calcul !

Ding, Phys.Med. Biol. 57 (2012) 2441–2459

Influence de la discrétisation du corps

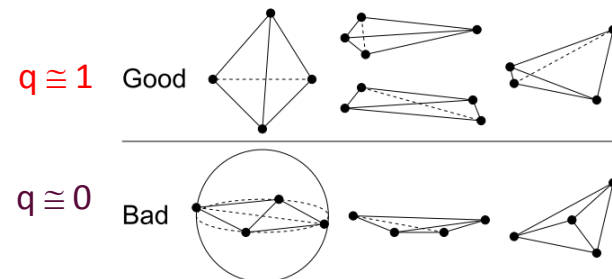
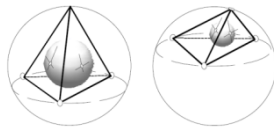
- Utilisation d'une méthode d'Eléments Finis (EF) :
 - Nécessité de discrétisation ou maillage du fantôme.
 - Compromis entre :
 - Précision de la géométrie,
 - Et qualité des EF.



Scorretti, IEEE Trans. Mag., vol. 48, no. 2 (2012) 783-786

- Précision des calculs impactée par la qualité :
 - Indicateurs quantitatifs de la qualité :

$$q = \frac{3\rho_{in}}{\rho_{out}} \in (0;1]$$



- Critères présents dans les logiciels.

- Propriétés (σ, ε) connues approximativement.
- Référence = C. Gabriel (*Physics Dept, King's College London*) :
Synthèse d'études diverses sur 50 ans + Mesures in-vitro d'impédance.

Gabriel, Phys. Med. Biol. 41 (1996) 2271–2293

-



Simulation de la variabilité (σ, ε) des tissus

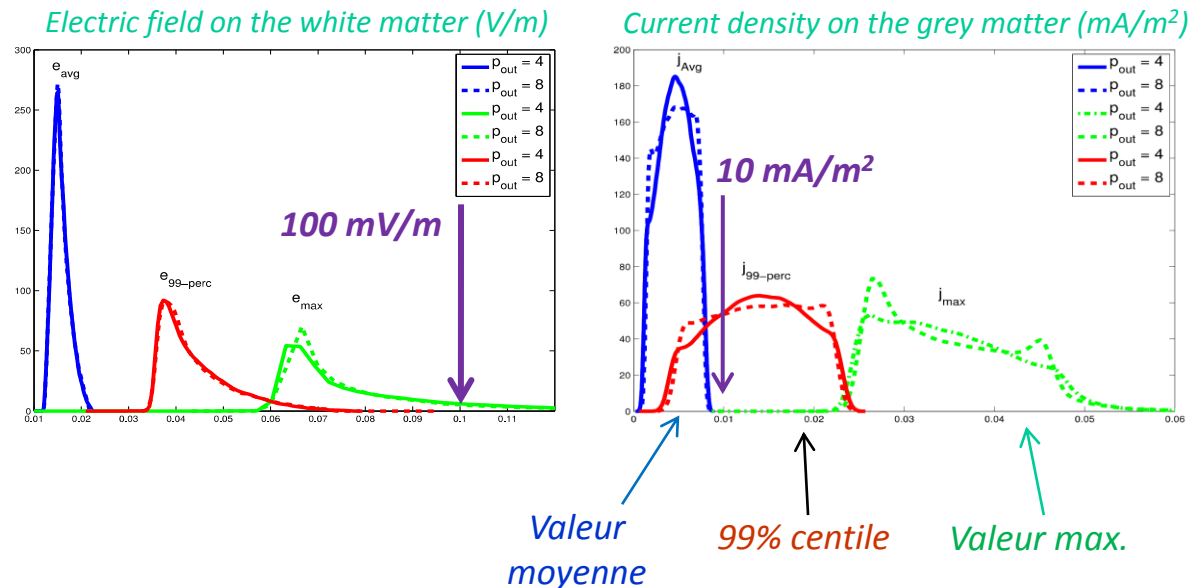
- Résolution numérique de problèmes de très grande taille :



- Détermination de la distribution de probabilité de E_i ?
- Méthodes :
 - « brutale » non statistique : n tissus variables, k valeurs de σ par tissu ($\sigma_{\min} < \sigma_k < \sigma_{\max}$) $\rightarrow k^n$ calculs déterministes !
 - Méthode MonteCarlo : « tirs » aléatoires (ou stochastique) sur σ tissus, mais un grand nombre de calculs pour obtenir la distribution.
 - Méthode de projection (chaos polynomial):
 - Discrétisations des variables aléatoires = + une dimension/paramètre stochastique (exemple : problème 3D + 4 paramètres = 7D !)
 - Nombre réduit de calculs déterministes choisis « judicieusement » $\rightarrow$ Calcul de la densité de probabilité de E_i .

Exemple de résultat stochastique

- Exposition de travailleurs THT au champ H.
 - Fantôme composé d'1 millions de nœuds
 - 2 variables stochastiques (problème 5D) :
 - $\sigma_{GM} = 0.0753 - 0.5155 \text{ S/m}$
 - $\sigma_{WM} = 0.0853 - 0.3020 \text{ S/m}$
 - Densités de probabilité pour le champ E_i et la densité de courant J



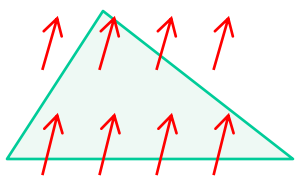
Estimateur d'erreur résiduelle (1/2)

- Estimation a posteriori de l'erreur de calcul liée au maillage ?
- Illustration en formulation ϕ -A (ϕ = **inconnue**, A = **source**)
- Equations équivalentes au niveau continu :

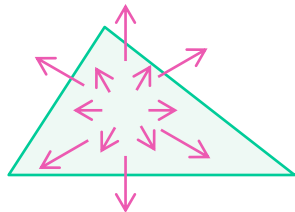
$$\begin{aligned} \nabla \times E &= -j\omega B \\ \nabla \times H &= J \Rightarrow \nabla \cdot J = 0 \end{aligned} \iff \begin{aligned} \nabla \cdot (-\sigma \cdot (\nabla \phi + j\omega A)) &= 0 \\ n \cdot J &= 0 \end{aligned}$$

- Au niveau discret (maillage) : $\nabla \cdot J \approx 0$ $n \cdot J \approx 0$

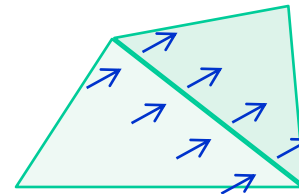
$\text{div } \mathbf{j} = 0$



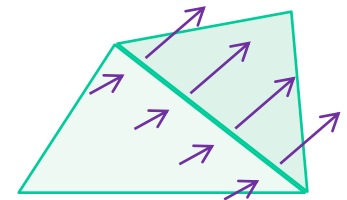
$\text{div } \mathbf{j} \neq 0$



$[[\mathbf{n} \cdot \mathbf{j}]] = 0$



$[[\mathbf{n} \cdot \mathbf{j}]] \neq 0$



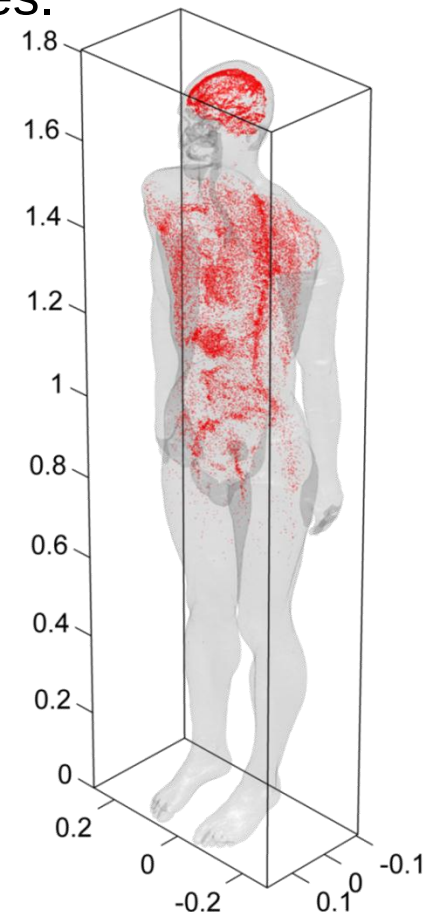
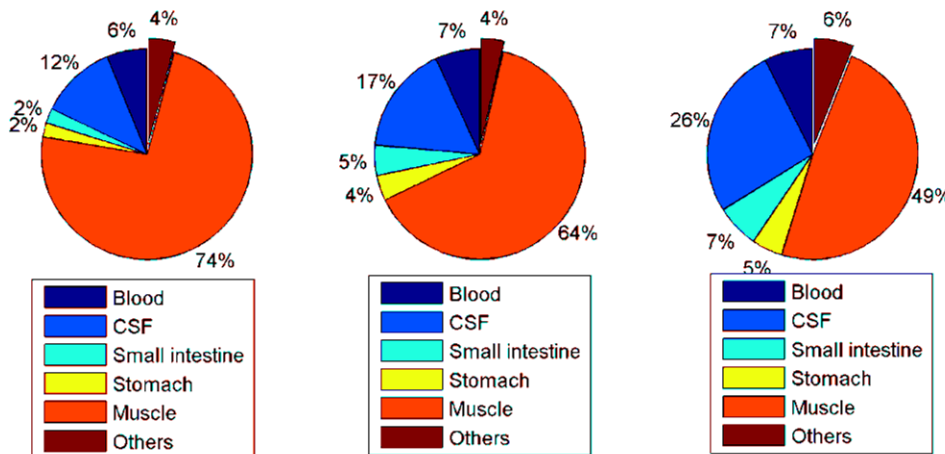
- Définition d'un estimateur η_T :

$$\eta_T^2 = \eta_{T;1}^2 + \sum_{F \in \partial T \cap \mathbb{F}_i} \eta_{F;1}^2 + \sum_{F \in \partial T \cap \partial \Omega} \eta_{F;2}^2$$

$$\eta_{T;1} = h_T \|\text{div } \mathbf{j}_h\|_T \quad ; \quad \eta_{F;1} = \sqrt{h_F} \|[[\mathbf{n} \cdot \mathbf{j}_h]]\|_F \quad ; \quad \eta_{F;2} = \sqrt{h_F} \|\mathbf{n} \cdot \mathbf{j}_h\|_F$$

Estimateur d'erreur résiduelle (2/2)

- Caractéristiques du coefficient η_T :
 - Comparaison de résultats obtenus avec divers maillages.
 - Localisation de l'erreur la plus importante.
 - Erreur absolue non déterminée.
- Exemple :
 - Erreur localisée aux interfaces des organes complexes
 - Meilleur maillage → répartition uniforme de l'erreur.



Conclusions

- Utilisation de la dosimétrie numérique des VLE, si les VDA dépassées.
- Nouvelle directive 2013 : Calcul du champ électrique induit au lieu de la densité de courant (*pas de nouvelle problématique de calcul*).
- Maturité de la dosimétrie numérique en BF :
 - Démarches, formulations spécifiques, et domaines de calcul bien identifiés.
 - Moyens calculs toujours plus puissants pour résoudre de gros problèmes 3D.
 - Intégration progressive des calculs spécifiques dans le corps humain dans certains logiciels commerciaux.
 - Estimateurs d'erreur de calcul.
 - Des outils de calcul 3D précis.
- Paramètres électromagnétiques (σ, ϵ) des tissus mal connus.
- Estimation de l'impact de la variabilité de (σ, ϵ) possible seulement pour quelques tissus, car coûts calcul exponentiels.
- Mesure très difficile des phénomènes induits en BF dans le corps.

Merci de votre attention

Annexe

- VDA : quelques chiffres en BF.
- Cas des signaux multifréquences.

VDA ou VA (1 Hz - 10 MHz)

- Notions de VA « basses » et « hautes »
- Exposition à un champ **E**

	2013		2004
f (Hz)	E (V/m)		
50	10000	20000	10000
50 k	170	610	610

f	VA basse E (V/m RMS)	VA haute E (V/m RMS)
$1 \leq f < 25 \text{ Hz}$	2×10^4	2×10^4
$25 \leq f < 50 \text{ Hz}$	$5 \times 10^5 / f$	2×10^4
$50 \text{ Hz} \leq f < 1.64 \text{ kHz}$	$5 \times 10^5 / f$	$1.0 \times 10^6 / f$
$1.64 \text{ kHz} \leq f < 3 \text{ kHz}$	$5 \times 10^5 / f$	6.1×10^2
$3 \text{ kHz} \leq f < 10 \text{ MHz}$	1.7×10^2	6.1×10^2

- Exposition à un champ **H** (ou induction B)

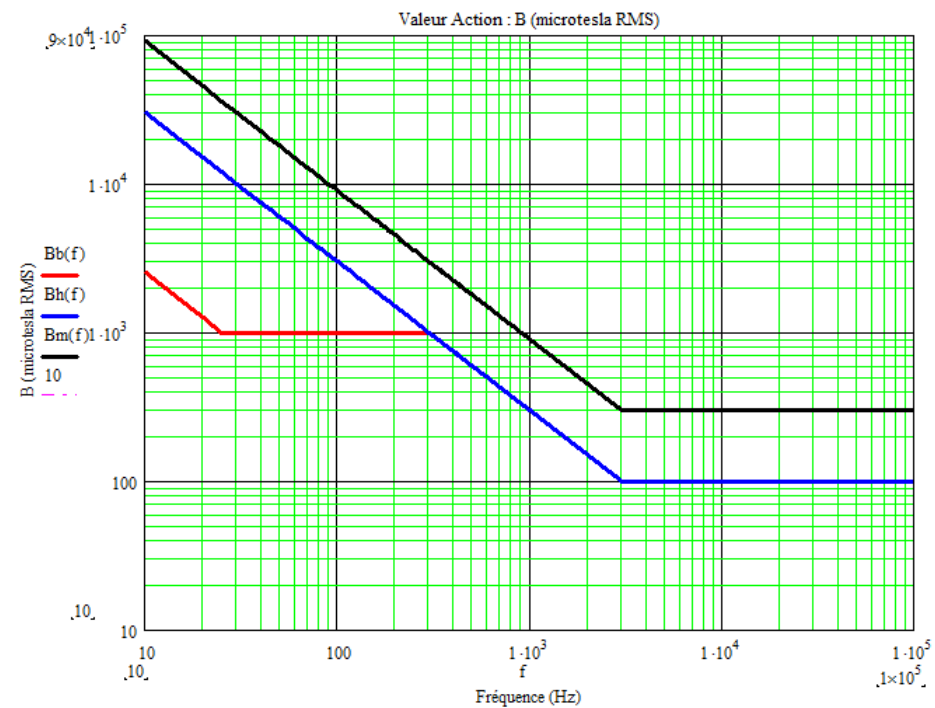
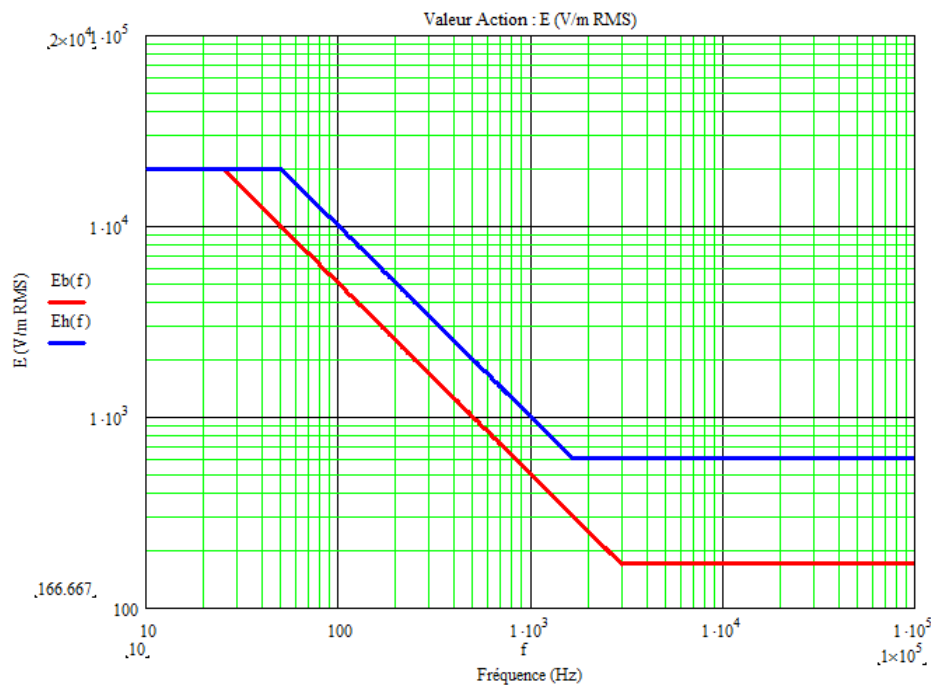
f en Hz dans les formules

F	VA basse B (μT RMS)	VA haute B (μT RMS)	VA localisée membres
$1 \leq f < 8 \text{ Hz}$	$2 \times 10^5 / f^2$	$3 \times 10^5 / f$	$9 \times 10^5 / f$
$8 \leq f < 25 \text{ Hz}$	$2.5 \times 10^4 / f$	$3 \times 10^5 / f$	$9 \times 10^5 / f$
$25 \text{ Hz} \leq f < 300 \text{ Hz}$	1×10^3	$3 \times 10^5 / f$	$9 \times 10^5 / f$
$300 \text{ Hz} \leq f < 3 \text{ kHz}$	$3 \times 10^5 / f$	$3 \times 10^5 / f$	$9 \times 10^5 / f$
$3 \text{ kHz} \leq f < 10 \text{ MHz}$	1×10^2	1×10^2	3×10^2

	2013			2004
f (Hz)	B (μT)			
50	1000	6000	18000	500
50 k	100	100	300	30.7

VA basses et hautes

- Courbes ($10 \text{ Hz} < f < 100 \text{ kHz}$)



Règlementation pour les signaux multi-fréquences ($f < 10 \text{ MHz}$)

- Approche basée sur le cumul d'effets.
- **VLE** (Effets des courants induits sur le système nerveux)

$$\sum_{j=1\text{Hz}}^{10\text{MHz}} \frac{E_{i,j}}{E_{L,j}} \leq 1$$

$E_{i,j}$ = Champ induit **interne** à la fréquence j
 $E_{L,j}$ = Champ **interne limite** pour cette fréquence

- **VA**

$$\sum_{j=1\text{Hz}}^{10\text{MHz}} \frac{E_j}{E_{R,j}} \leq 1$$

E_j = Champ électrique **externe** à la fréquence j
 $E_{R,j}$ = Champ **externe limite** pour cette fréquence

$$\sum_{j=1\text{Hz}}^{10\text{MHz}} \frac{H_j}{H_{R,j}} \leq 1$$

H_j = Champ magnétique **externe** à la fréquence j
 $H_{R,j}$ = Champ **externe limite** pour cette fréquence